FÍSICA 2º BACHILLERATO. EXAMEN DEL TEMA 1. *(SOLUCIÓN)* 13-11-03

1. a) Explicar qué se entiende en física por trabajo y cómo se calcula. Enunciar el teorema trabajo-energía cinética y comentar su significado.
b) Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas, una conservativa, y otra no conservativa. La primera realiza un trabajo de 30 J, y la segunda un trabajo de –20 J. Razonar qué conclusiones podemos extraer sobre los distintos tipos de energía que posee el cuerpo.

a) Trabajo: Energía transferida por la acción de una fuerza durante un desplazamiento del cuerpo.
Unidades: *N· m = J (julio)*
Cálculo: Cuando la fuerza es constante. $W_{AB} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$

Cuando la fuerza es variable a lo largo del desplazamiento: $W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Teorema Trabajo-Ec (teorema de las fuerzas vivas):
$W_{TOT} = \Delta Ec = Ec_B - Ec_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$
Puede interpretarse de la forma siguiente: "*El trabajo total realizado sobre un cuerpo se invierte en variar su energía cinética, y es igual a dicha variación*".

b) De los datos que nos suministra el problema podemos extraer consecuencias sobre las variaciones sufridas por los distintos tipos de energía que posee el cuerpo.
– Cinética (Ec): debida al movimiento
– Potencial (Ep): Debida a la acción de la fuerza conservativa.
– Mecánica (E_M): suma de Ec y Ep

Sabemos que:
- El trabajo total realizado sobre el cuerpo modifica su energía cinética, por lo que $\Delta Ec = W_{TOT} = 30J - 20J = 10J$. La energía cinética aumenta en 10 J. se moverá a mayor velocidad.
- El trabajo realizado por la fuerza conservativa modifica su energía potencial: $\Delta Ep = -W_{FC} = -30J$. La energía potencial disminuye en 30 J.
- El trabajo realizado por la fuerza no conservativa modifica su energía mecánica: $\Delta E_M = W_{FNC} = -20J$. La energía mecánica disminuye en 20 J. Se trata de una fuerza disipativa.

En resumen, la fuerza conservativa ha suministrado energía para que el cuerpo aumente su movimiento, pero parte de esa energía se disipa por acción de la fuerza no conservativa. La energía mecánica no se mantiene constante.

2. a) Explicar en qué condiciones un cuerpo sometido a fuerzas de resultante no nula puede mantener constante su tendencia a girar.
b) Razonar en qué condiciones el aumento de energía cinética de una partícula coincide con la disminución de su energía potencial.

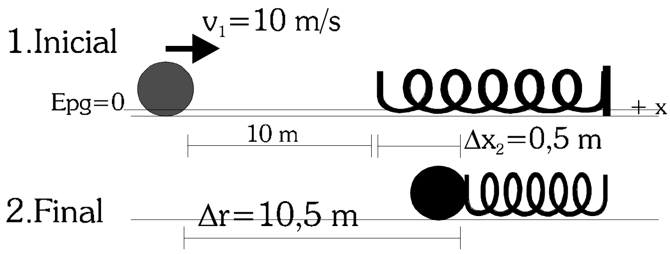
a) La tendencia a girar de un cuerpo respecto a un punto O viene dada por su momento angular $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m\vec{v}$ respecto a dicho punto. El teorema de conservación del momento angular nos dice que $\vec{L}_O$ varía por efecto de los momentos respecto a O de las fuerzas aplicadas al cuerpo $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \Sigma\vec{M}_O = \Sigma\vec{r} \wedge \vec{F}$. Entonces, $\vec{L}_O$ (la tendencia a girar) se mantendrá constante siempre y cuando $\Sigma\vec{M}_O = \Sigma\vec{r} \wedge \vec{F} = 0$, y esto se da en las siguientes situaciones:
- Que no haya fuerzas aplicadas (no es el caso, ya que sí las hay)
- Que haya fuerzas pero que sus momentos se anulen.
- Que las fuerzas estén aplicadas sobre el punto O ($\vec{r} = 0$)
- Que $\vec{r}$ y $\vec{F}$ sean paralelos. Esto es lo que ocurre en el caso de las *fuerzas centrales* (como la fuerza gravitatoria que sufren los planetas alrededor del Sol).

b) Nos preguntan en qué condiciones se cumple que $\Delta Ec = -\Delta Ep$. Esto es lo mismo que decir que $\Delta Ec + \Delta Ep = 0$, es decir: $\Delta E_M = 0$. Y por el teorema de conservación de la energía mecánica, sabemos que $\Delta E_M = W_{FNC}$.
Conclusión: ocurrirá lo que nos dice la cuestión siempre y cuando no existan fuerzas no conservativas aplicadas al cuerpo, o el trabajo que éstas realicen sea nulo.

3. Un cuerpo de 5 kg desliza por una superficie rugosa. Inicialmente tiene una velocidad de 10 ms^{-1}. Tras recorrer 10 m, choca con el extremo libre de un resorte dispuesto horizontalmente, comprimiéndolo 50 cm. La constante de elasticidad del resorte es 1000 N/m.

a) Realizar un análisis energético del problema.

b) **Calcular el coeficiente de rozamiento del cuerpo con la superficie.**



a) Resolvemos el problema usando conceptos energéticos. Estudiamos las fuerzas que actúan a lo largo del desplazamiento del cuerpo y cómo varían las diferentes energías implicadas en él.

Fuerzas que actúan:

- Peso: $Fg = m \cdot g = 50\ N$. Es conservativa → Tiene asociada una energía potencial gravitatoria. *Esta Epg = m·g·h*, se mantendrá constante (e igual a 0), ya que el peso no realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento.
- Normal: La calculamos haciendo $\Sigma Fy = 0 \quad \Rightarrow \quad N - Fg = 0 \quad \Rightarrow \quad N = Fg = 50N$. Es una fuerza no conservativa, pero no realiza trabajo durante el desplazamiento, ya que es perpendicular a éste. No contribuye a la variación de la energía mecánica.
- Fuerza de rozamiento: $F_R = \mu \cdot N$. Es una fuerza no conservativa, disipativa, y el trabajo que realiza hace disminuir la energía mecánica del cuerpo.
- Fuerza elástica ($\vec{F}_{el} = -K \cdot \Delta\vec{x}$). Es una fuerza conservativa, que lleva asociada una energía potencial elástica ($Epel = \frac{1}{2} K(\Delta x)^2$). Hará disminuir la Ec del bloque conforme se comprime, aunque no hace variar la E_M.

Variaciones de energía:

$Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2$: Disminuye hasta hacerse cero, debido al trabajo realizado por el rozamiento y por la fuerza elástica.

Epg = m·g·h (origen en el suelo h=0) Se mantiene constante e igual a 0. No la tendremos en cuenta.

$Epel = \frac{1}{2} K(\Delta x)^2$ *(origen en la posición de equilibrio)* Inicialmente nula. Aumenta conforme se comprime el muelle, hasta llegar a su valor máximo.

$E_M = Ec + Epg + Epel$: No se mantiene constante, debido a que actúan una fuerza no conservativa (rozamiento) que realiza trabajo. Se cumplirá que $W_{FNC} = \Delta EM \quad \rightarrow \quad W_{FR} = E_{M2} - E_{M1}$

En resumen. Inicialmente el cuerpo tiene energía cinética, que se invierte en comprimir el muelle, aumentando su energía potencial. Parte de la energía cinética inicial se disipa en forma de calor debido al rozamiento, con lo que la energía mecánica disminuye.

b) Usamos el razonamiento hecho en el apartado a)

Situación inicial: $E_{M1} = Ec_1 + Epel_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$

Situación final: $E_{M2} = Ec_2 + Epel_2 = \frac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2$

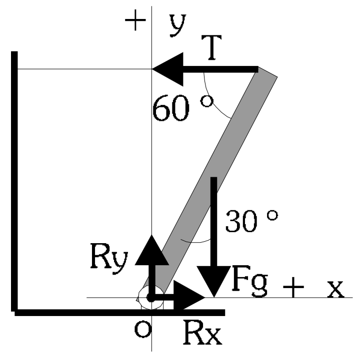
$W_{FR} = E_{M2} - E_{M1} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^o$

Sustituyendo los datos *(K = 1000 N/m ,m = 5 kg , v_1 = 10 m/s , Δx_2 = 0,5 m , Δr = 10,5 m)*

$125\ J - 250\ J = -F_R \cdot 10{,}5m$ con lo que $F_R = 11{,}9\ N$

Sabiendo que $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot 50N = 11{,}9N$ → $\underline{\mu = 0{,}238}$

4. Un puente levadizo de madera mide 5 m y tiene una masa de 400 kg, y está dispuesto como indica la figura. Calcular la tensión del cable y las reacciones que ejerce la bisagra.



Esquema de fuerzas: elegimos el punto O en la bisagra (punto respecto al que puede girar el puente). Las fuerzas aplicadas son:
- Peso (Fg = m · g = 4000 N). Aplicada en el centro de gravedad del puente.
- Tensión del cable (T). Aplicada horizontalmente en el extremo.
- La bisagra permite que el puente gire, pero impide que se desplace en ninguno de los dos ejes, por lo que ejerce dos reacciones, (Rx y Ry) una en cada eje (pueden considerarse componentes de una reacción $\vec{R}$)

El puente está en equilibrio estático, por lo que sabemos que: - no se desplaza → $\Sigma\vec{F} = 0$
- no gira → $\Sigma\vec{M}_O = 0$

Planteando las ecuaciones (no es necesario descomponer ninguna fuerza):

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow \quad Rx - T = 0 \rightarrow \quad T = Rx \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow \quad Ry - Fg = 0 \rightarrow \quad Ry = Fg = 4000\ N \end{cases}$$

$\Sigma\vec{M}_O = 0 \quad \rightarrow \quad \Sigma M_{Oz} = 0$. Calculamos los momentos en módulo. Su dirección será la del eje z y su sentido vendrá dado por la regla de la mano derecha.

Reacciones Rx y Ry: No ejercen momento, ya que están aplicadas en el punto O.

Peso: $M_{OFg} = r \cdot Fg \cdot sen30^o = 2{,}5m \cdot 4000N \cdot 0{,}5 = 5000\ Nm$ sentido negativo (giro horario)

Tensión: $M_{OTFg} = r \cdot T \cdot sen60^o = 5m \cdot T \cdot 0{,}866 = 4{,}33 \cdot T\ (Nm)$ sentido positivo (giro antihorario)

Sumamos $\Sigma M_O = 0 \quad \Rightarrow \quad 4{,}33 \cdot T - 5000 = 0 \quad \Rightarrow \quad T = 1154{,}73\ N$

Resultados: Ry = 4000 N , Rx = T = 1154,73 N

FÍSICA 2º BACHILLERATO. EXAMEN DEL TEMA 1. ***(SOLUCIÓN)*** 18-11-04

1. a) Explicar qué se entiende por fuerza conservativa y por energía potencial. ¿Qué relación existe entre ambos conceptos?.
b) Sobre un cuerpo actúan sólo dos fuerzas. La primera realiza un trabajo de -10 J, y la segunda un trabajo de 15 J. Medimos que la energía mecánica del sistema aumenta en 15 J. ¿Es conservativa alguna de las fuerzas aplicadas? ¿Qué ocurrirá con la energía cinética del cuerpo? Razonar.

a) - Fuerza conservativa: Se dice que una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza en un desplazamiento entre dos puntos A y B no depende del camino seguido, sino únicamente de los puntos A y B.
- Energía potencial:
  - Función potencial asociada a una fuerza conservativa.
  - Energía que almacena un cuerpo debido a la acción de una fuerza conservativa.

Ambos conceptos se relacionan a través del trabajo realizado por la fuerza. El trabajo que realiza la fuerza conservativa modifica la energía potencial del cuerpo. Si el trabajo es positivo, la energía potencial disminuye, y aumenta en el caso de que el trabajo sea negativo. Operativamente. $\Delta Ep = -W_{FC}$

b) De los datos que nos suministra el problema podemos extraer consecuencias sobre las variaciones sufridas por los distintos tipos de energía que posee el cuerpo.
- Cinética (Ec): Debida al movimiento
- Potencial (Ep): Debida a la acción de la fuerza conservativa.
- Mecánica (E_M): Suma de Ec y Ep

Sabemos que:
- La energía mecánica se modifica por la acción de fuerzas no conservativas, mediante el trabajo que realizan: $\Delta E_M = W_{FNC} = 15J$. Este trabajo coincide con el realizado por la segunda fuerza, que debe ser no conservativa..
- La primera fuerza no modifica la energía mecánica, por lo que debe ser conservativa. Su trabajo modificará la energía potencial asociada. $\Delta Ep = -W_{FC} = 10J$. La energía potencial aumenta en 30 J.
- El trabajo total realizado sobre el cuerpo modifica su energía cinética, por lo que $\Delta Ec = W_{TOT} = -10J + 15J = 5J$. La energía cinética aumenta en 5 J. Se moverá a mayor velocidad.

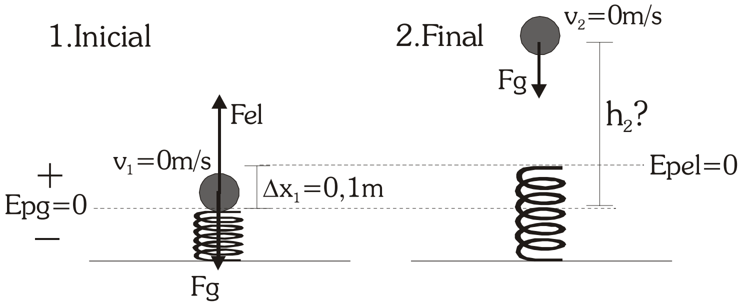
2. a) Explicar por qué la tendencia a girar de los planetas alrededor del Sol se mantiene constante durante miles de millones de años.
b) Una partícula sobre la que actúa una fuerza efectúa un desplazamiento. ¿Puede asegurarse que realiza trabajo?.

a) La tendencia a girar de un cuerpo respecto a un punto O viene dada por su momento angular $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m\vec{v}$ respecto a dicho punto. El teorema de conservación del momento angular nos dice que $\vec{L}_O$ varía por efecto de los momentos respecto a O de las fuerzas aplicadas al cuerpo $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \Sigma\vec{M}_O = \Sigma\vec{r} \wedge \vec{F}$. Entonces, $\vec{L}_O$ (la tendencia a girar) se mantendrá constante siempre y cuando $\Sigma\vec{M}_O = \Sigma\vec{r} \wedge \vec{F} = 0$, y esto se da en diversas situaciones. Concretamente, en el caso del movimiento de los planetas, la única fuerza que actúa sobre ellos, la gravitatoria, es de tipo central (paralela al vector de posición). En este caso, el producto vectorial es nulo, y el momento de la fuerza aplicada también, por lo que el momento angular (su tendencia a girar) del planeta respecto al Sol, se mantendrá constante.

b) El trabajo realizado por una fuerza, suponiendo ésta constante, viene dado por la expresión Nos preguntan en qué condiciones se cumple que $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot cos\,\alpha$, siendo α el ángulo que forman la fuerza y el vector desplazamiento. Es posible que dicha fuerza realice trabajo, positivo o negativo, si α es distinto de 90º. Si, por el contrario, α = 90º (la fuerza es perpendicular al desplazamiento), no realizará trabajo. Esto pasa el caso de la normal en un desplazamiento horizontal, o una fuerza centrípeta en un movimiento circular.
Conclusión: No puede asegurarse que siempre realice trabajo.

3. Un bloque de 0,5 kg está colocado sobre el extremo superior de un resorte vertical que está comprimido 10 cm y, al liberar el resorte, el bloque sale despedido hacia arriba verticalmente. La constante elástica del resorte es 200 N·m^{-1}
a) Haga un balance trabajo-energía del proceso y calcule la máxima altura que alcanza el bloque. Despreciar el rozamiento con el aire.
b) Explique, cualitativamente, en qué se modificaría la cuestión anterior si consideramos el rozamiento del bloque con el aire.

a) Resolvemos el problema usando conceptos energéticos. Estudiamos las fuerzas que actúan a lo largo del desplazamiento del cuerpo y cómo varían las diferentes energías implicadas en él.



<u>Fuerzas que actúan</u>:
- Peso: $Fg = m \cdot g = 5\ N$. Es conservativa → Tiene asociada una energía potencial gravitatoria. Esta $Epg = m \cdot g \cdot h$, aumentará al subir. Su variación coincide con el trabajo de la fuerza gravitatoria, con signo opuesto $\Delta Epg = -W_{Fg}$.
- Fuerza elástica ($\vec{F}_{el} = -K \cdot \Delta\vec{x}$). Es una fuerza conservativa, que lleva asociada una energía potencial elástica ($Epel = \frac{1}{2}K(\Delta x)^2$). La fuerza realiza trabajo a costa de disminuir *Epel*, que hará aumentar las energía cinética y potencial gravitatoria del bloque conforme se descomprime, aunque no hace variar la E_M.

<u>Energías presentes en las situaciones 1 y 2:</u>

<u>Orígenes de energía potencial:</u>
Epg: origen en la posición inicial del bloque (h = 0m)
Epel: origen en la posición de equilibrio del muelle (Δx = 0 m)

1. $Ec_1 = \frac{1}{2}m \cdot v_1^{\ 2} = 0\ J$:
   $Epg_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 0\ J$
   $Epel_1 = \frac{1}{2}K(\Delta x_1)^2 = 1\ J$
   $E_{M1} = Epel_1$
2. $Ec_2 = \frac{1}{2}m \cdot v_2^{\ 2} = 0\ J$:
   $Epg_2 = m \cdot g \cdot h_2$
   $Epel_2 = \frac{1}{2}K(\Delta x_2)^2 = 0\ J$ *.(origen en la posición de equilibrio)*
   $E_{M1} = Epg_2$

Como no existen fuerzas no conservativas que realicen trabajo, la energía mecánica del sistema se mantiene constante durante todo el desplazamiento:

$E_{M1} = E_{M2} \rightarrow \frac{1}{2}K(\Delta x_1)^2 = m \cdot g \cdot h_2 \quad \Rightarrow h_2 = 0{,}2\ m$, medidos desde la posición inicial del bloque.

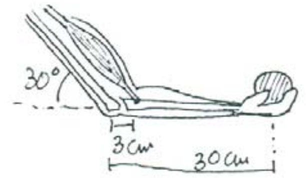
En resumen. Inicialmente el cuerpo tiene energía potencial elástica, que se invierte, al descomprimirse el muelle, en energía potencial gravitatoria y en energía cinética. Esta Ec alcanza su valor máximo al abandonar el resorte, para luego ir disminuyendo hasta cero mientras el bloque gana altura (aumenta la Epg). La energía mecánica del sistema permanece constante.

b) La fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa (disipativa, concretamente), que va a hacer que la energía mecánica del sistema no permanezca constante. En este caso, hace que disminuya, disipando energía en forma de calor $\quad W_{FR} = \Delta E_M = E_{M2} - E_{M1} < 0 \rightarrow E_{M2} < E_{M1}$

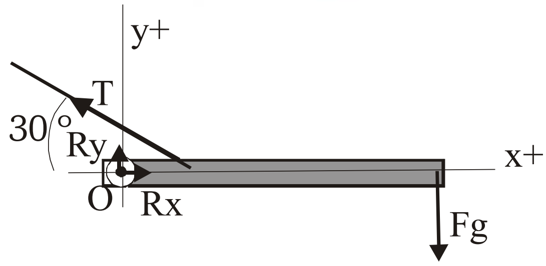
Al disminuir la energía mecánica, también la energía potencial gravitatoria final será menor, con lo que la altura máxima alcanzada será inferior a la obtenida sin rozamiento.

También la energía cinética máxima que posee el bloque al abandonar el muelle será inferior a la obtenida sin rozamiento.

4. Las articulaciones del cuerpo humano pueden estudiarse como palancas, como puede ser el codo que aparece en la figura. Calcular la fuerza que debe ejercer el bíceps (músculo) sobre el hueso para sostener un peso de 5 kg en la mano, y las reacciones en el codo. (despreciar la masa del brazo)



Podemos simplificar el estudio del brazo como queda en la figura. Una barra rígida de 0,3 m (el antebrazo) unida a una bisagra (el codo). El músculo ejerce una fuerza como si de una cuerda se tratara, y el peso de la bola está actuando sobre el extremo de la barra. Despreciamos el peso del brazo.



<u>Esquema de fuerzas</u>: elegimos el punto O en el codo (punto respecto al que puede girar el brazo). Las fuerzas aplicadas son:
- Peso de la bola (Fg = m · g = 50 N). Aplicada en el extremo del brazo.
- Fuerza del bíceps (T). Aplicada a 0,03 m del codo, formando 30º con la horizontal.
- El codo permite que el brazo gire, pero impide que se desplace en ninguno de los dos ejes, por lo que ejerce dos reacciones, (Rx y Ry) una en cada eje (pueden considerarse componentes de una reacción $\vec{R}$)

El brazo está en equilibrio estático, por lo que sabemos que: - no se desplaza → $\Sigma\vec{F} = 0$

- no gira → $\Sigma\vec{M}_O = 0$

Descomponemos la fuerza que ejerce el bíceps, T : $Tx = T \cdot cos\,30^o$; $Ty = T \cdot sen30^o$

Planteando las ecuaciones (no es necesario descomponer ninguna fuerza):

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow \quad Rx - Tx = 0 \rightarrow \quad Tx = Rx \\ \quad \Sigma F_y = 0 \rightarrow \quad Ry + Ty - Fg = 0 \end{cases}$$

$\Sigma\vec{M}_O = 0 \quad \rightarrow \quad \Sigma M_{Oz} = 0$. Calculamos los momentos en módulo. Su dirección será la del eje z y su sentido vendrá dado por la regla de la mano derecha.

$\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{F}$ en módulo $M_O = r \cdot F \cdot sen\alpha$

Reacciones Rx y Ry: No ejercen momento, ya que están aplicadas en el punto O.

Peso: $M_{OFg} = r \cdot Fg \cdot sen90^o = 0{,}3m \cdot 50N \cdot 1 = 15\ N \cdot m$ sentido negativo (giro horario)

Tensión: $M_{OTFg} = r \cdot T \cdot sen30^o = 0{,}03 \cdot T \cdot 0{,}5 = 0{,}015 \cdot T\ (Nm)$ sentido positivo (giro antihorario)

Sumamos $\Sigma M_O = 0 \quad \Rightarrow \quad 0{,}015 \cdot T - 15 = 0 \quad \Rightarrow \quad T = 1000\ N$

Por lo tanto:

$Rx = Tx = T \cdot cos\,30^o = 867\ N$

$Ry = Fg - T \cdot sen30^o = -450\ N$ el signo negativo de Ry significa que va en sentido opuesto al que le hemos supuesto (en realidad va hacia abajo)

<u>Resultados: Ry = 450 N , Rx =867 N , T = 1000 N</u>